

Die LSGM - Aufgabe des Monats

Lösung des Monats *Dezember 2013*:

a) Der Weihnachtsbaum ist dieses Jahr $12m$ und war letztes Jahr $13m$. Die Probe ergibt tatsächlich $13m - 12m = 1m$ und $12 \cdot 13 = 156$.

b) Die Gesamtanzahl der Plätzchentüten und Basteleien muss auf 5 enden, da die letzte Ziffer der Preise jeweils eine 9 ist und nur $5 \cdot 9$ auf 5 endet. Weiter muss die Gesamtanzahl größer als 20 und kleiner als 30 sein, da $20 \cdot 1,99 < 40 < 42,75$ und $30 \cdot 1,49 = 44,70 > 42,75$. Somit ist die Gesamtanzahl 25.

Wären 25 Basteleien verkauft worden, so wäre die Geldsumme $49,75\text{€}$. Die Differenz ist also 7€ zum tatsächlichen Wert. Pro Plätzchentüte werden $0,50\text{€}$ weniger eingenommen, sodass also $\frac{7}{0,50} = 14$ Plätzchentüten und $25 - 14 = 11$ Basteleien verkauft wurden.

c) Für das erste Lied haben sie 6 Möglichkeiten und für jede Wahl des ersten Liedes wiederum 5 Möglichkeiten für das zweite Lied. Dies ergibt 30 Möglichkeiten. Dies ist auch die Anzahl an Paaren von zwei verschiedenen Liedern. Bei n Liedern hat man immer $n - 1$ Paare aufeinanderfolgender Lieder. Demnach ist die gesuchte Maximalzahl höchstens 31. Diese wird zum Beispiel von der folgenden Folge erreicht: 1213141516232425263435364546561.

Für die zweite Fragestellung ist 12345613514624 eine maximale Folge und diese besteht aus 14 Liedern.

(Man erkennt leicht, dass dies dem Problem entspricht sechs Punkte ohne den Stift abzusetzen möglichst häufig miteinander zu verbinden, ohne dass eine Verbindung zwischen zwei Punkten doppelt ist. Durch eine kleine Überlegung erkennt man, dass nur vom Anfang und Endpunkt fünf Verbindungen weggehen können. Daraus folgt die Maximalität der obigen Zahl.)