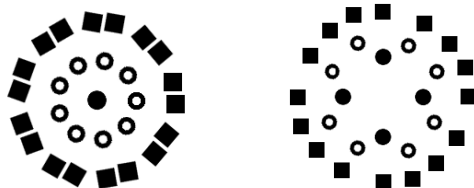


Die LSGM - Aufgabe des Monats

Lösung des Monats *Mai 2014*:

a) Eine solche (und die einzige solche) gesuchte Zahl ist die 28. Wir haben die Primfaktorzerlegung $28 = 2 \cdot 2 \cdot 7$ und die Teiler der Zahl sind somit 1, 2, 4, 7, 14 und 28. Die Summe der Teiler, welche kleiner als die Zahl selbst sind, ist $1+2+4+7+14 = 28$ und da die Zahl zwischen 6 und 50 ist, haben wir eine solche Zahl gefunden. Solche Zahlen heißen übrigens vollkommene oder perfekte Zahlen.

b) Wir stellen zwei Blumensträuße, welche die jeweilige Symmetrie erfüllen, dar, wobei der erste Blumenstrauß sogar eine stärkere Symmetrie aufweist:



c) Zunächst geben wir ein Beispiel an, wobei wir zu jedem Jahr die Anzahl der geschlüpften Engerlinge angeben und zwei Jahre vor diesem Jahr anfangen. Wir gehen davon aus, dass vor drei und vier Jahren keine Engerlinge zur Welt kamen, da wir darüber keine Informationen haben und vom ungünstigsten Fall ausgehen: 14, 46, 12, 0, 0, 112, 368, 96, 896, 981, 981, 982, 768.

In dem Beispiel sind zunächst alle bekannten Engerlinge nach fünf Jahren geschlüpft und die zweite neue Generation ist nach 3, 3 bis 5 beziehungsweise 5 Jahren geschlüpft, sodass das Beispiel möglich ist. Wir sehen daran, dass wir bis zu elf Jahren warten müssen, bis 1000 Engerlinge schlüpfen.

Wir werden nun zeigen, dass wir nicht mehr als 11 Jahre warten müssen. Wir schätzen dafür die Engerlinge, die in dem sechsten bis zehnten Jahr geboren wurden ab. Von den $14 + 46 + 12 = 72$ Engerlingen aus diesem und den beiden vergangenen Jahren wissen wir, dass jeder ihrer Urenkel selbst oder ein Nachfahre von ihm in diesen Jahren geschlüpft ist, da die Urenkel alle spätestens im zehnten Jahr geschlüpft sind und keine fünf Jahre übersprungen werden können. Also sind in den fünf Jahren mindestens $8 \cdot 8 \cdot 72 = 4608$ Engerlinge geschlüpft. Falls in den ersten zehn Jahren noch keine 1000 Engerlinge in einem Jahr geschlüpft sind, so sind im sechsten Jahr mindestens $4608 - 4 \cdot 999 = 612$ Engerlinge geschlüpft. Da jedoch $8 \cdot 612 > 3000$ ist, sind im neunten bis elften Jahr mindestens einmal mehr als tausend Engerlinge allein von den Engerlingen aus dem sechsten Jahr geschlüpft. Somit sind auf jeden Fall mindestens einmal in den nächsten elf Jahren mindestens 1000 Engerlinge geschlüpft.