

Die LSGM - Aufgabe des Monats

Lösung des Monats März 2020:

a) In dem Rennen starten nur 4 Pferde. Wenn nun für alle 4 eine Ankunft eingetragen wurde und diese für 3 Pferde richtig ist, muss auch die Ankunft des vierten Pferdes richtig sein und der Tipp erhält somit 4 Punkte.

Die Leute, die CBAD getippt haben, können nicht richtig liegen, da jeder Tipp 4 Punkte erzielen würde, und demzufolge die Gesamtpunktzahl mindestens $18 \cdot 4 = 72$ Punkte wäre. Wenn die richtige Reihenfolge der Pferde CBDA wäre, würden 12 Leute jeweils 4 Punkte für ihren Tipp erhalten. Aber auch die 7 Leute, die BCDA getippt haben, würden für ihren Tipp der Ankunft von D und A jeweils 2 Punkte erhalten. Ebenso würden die 18 Leute, die CBAD getippt jeweils 2 Punkte erhalten. Die Gesamtpunktzahl wäre also $12 \cdot 4 + 7 \cdot 2 + 18 \cdot 2 = 98$ Punkte.

b) Die Möglichkeiten sind:

$$a=0, b=0 \rightarrow 7 \cdot a + 5 \cdot b = 0$$

$$a=1, b=1 \rightarrow 7 \cdot a + 5 \cdot b = 12$$

$$a=1, b=4 \rightarrow 7 \cdot a + 5 \cdot b = 27$$

$$a=2, b=2 \rightarrow 7 \cdot a + 5 \cdot b = 24$$

$$a=4, b=1 \rightarrow 7 \cdot a + 5 \cdot b = 33$$

$$a=4, b=4 \rightarrow 7 \cdot a + 5 \cdot b = 48$$

Wenn das Ergebnis ungerade sein muss, bleiben also nur $a=1, b=4$ und $a=4, b=1$ übrig.

c) Wir nennen jetzt a die Anzahl der Punkte, die beim Tipp BCDA erreicht werden, und b die Anzahl der Punkte, die beim Tipp DCAB erreicht werden. Aus Teilaufgabe a) wissen wir schon, dass a und b nicht 3 sein können. Dank Christians Überlegung und Teilaufgabe b) wissen wir außerdem, dass nur $a=1, b=4$ oder $a=4, b=1$ möglich sind. Das heißt also, für einen der beiden Tipps erhält man die Höchstanzahl von 4 Punkten und dieser ist damit der richtige Ausgang des Rennens.

Angenommen, DCAB ist der richtige Tipp. Also $a=1, b=4$ und für den Tipp CBAD erhalten 18 Leute jeweils einen Punkt. Das ergibt eine Gesamtpunktzahl von 45. Falls BCDA der richtige Tipp ist, gilt $a=4, b=1$ und 12 Leute, die CBDA getippt haben, kriegen jeweils 2 Punkte. Damit kommt man auf eine Gesamtpunktzahl von 57.

Also ist der Rennausgang BCDA.