

Die LSGM - Aufgabe des Monats

Lösung des Monats *Januar 2024*:

a) Die 14 Möglichkeiten für SEE sind 122, 133, 144, 155, 166, 177, 188, 199, 355, 755, 955, 622, 644 und 688.

(Es sind alle Möglichkeiten gesucht, sodass $S \cdot E$ wieder auf E endet, wobei S und E verschieden voneinander und nicht 0 sind. Wenn $S \cdot E$ auf E endet, so geschieht dies genau dann, wenn $S \cdot E - E = (S - 1) \cdot E$ auf 0 endet, das heißt durch 10 teilbar ist. E kann nicht durch 10 teilbar sein, da es sonst 0 wäre. $S - 1$ ist nur durch 10 teilbar, wenn $S = 1$ ist und dann ist auch das Produkt durch 10 teilbar. Wenn keiner der Faktoren durch 10 teilbar ist, so ist einer durch 5 teilbar und der andere ist durch 2 teilbar. Falls $E = 5$ ergibt sich $S = 1$, $S = 3$, $S = 7$ oder $S = 9$ damit $S - 1$ gerade und verschieden von E ist. Falls $S - 1 = 5$, also $S = 6$ ergibt sich entsprechend $E = 2$, $E = 4$ oder $E = 8$.)

b) Da SEE und EIS jeweils mindestens 100 sind, ist ihr Produkt mindestens $100 \cdot 100 = 10000$, also mindestens fünfstellig. Wir können annehmen, dass $I = 0$ ist, da wenn ein solches I existiert, insbesondere auch $I = 0$ die Bedingung erfüllt, da das Produkt nur kleiner werden kann und die 0 bisher noch nicht vorkommt, also für I erlaubt ist.

Es gilt $601 \cdot 166 = 99766 < 100000$ und $701 \cdot 177 = 124077 \geq 100000$. Also kommen von den Fällen mit $S = 1$ nur die Fälle bis $E = 6$ auf eine fünfstellige Zahl. Die anderen Fälle werden alle sechsstellig, da stets das Produkt aus S und E größer als 10 ist und damit schon $S00 \cdot E00$ sechsstellig wird und es gilt $S00 \cdot E00 < SEE \cdot EIS$. Es verbleiben die Fälle 122, 133, 144, 155 und 166 für die Zahl SEE .

c) Da wir aus Aufgabenteil b) wissen, dass $S = 1$ und nach der Aufgabenstellung $E = 3$ ist, müssen wir für I die Ziffern 0, 2, 4, 5, 6, 7, 8 und 9 betrachten. Es gilt:
 $301 \cdot 133 = 40033$, $321 \cdot 133 = 42693$, $341 \cdot 133 = 45353$, $351 \cdot 133 = 46683$,
 $361 \cdot 133 = 48013$, $371 \cdot 133 = 49343$, $381 \cdot 133 = 50673$ und $391 \cdot 133 = 52003$.